



**JJ-1310**

**B.Sc. (Part - II)**  
Term End Examination, 2019

**MATHEMATICS**

Paper - II

Differential Equations

*Time* : Three Hours] [Maximum Marks : 50

**नोट** : प्रत्येक इकाई से किन्हीं दो प्रश्नों को हल कीजिए।  
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note** : Answer any **two** questions from each Unit. All  
questions carry equal marks.

**इकाई / Unit-I**

1. निम्नलिखित अवकल समीकरण का घात श्रेणी विधि से हल कीजिए :

$$y'' + xy = 0$$

(2)

Solve the following differential equation using power series method

$$y'' + xy = 0.$$

2. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d}{dx}(xJ_n J_{n+1}) = x(J_n^2 - J_{n+1}^2)$$

Prove that

$$\frac{d}{dx}(xJ_n J_{n+1}) = x(J_n^2 - J_{n+1}^2)$$

3. स्टर्म ल्यूविलि समस्या

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, \text{ जहाँ } y(0) = 0, y(\pi) = 0$$

के समस्त अभिलाक्षणिक मानों एवं संगत अभिलाक्षणिक फलन को ज्ञात कीजिए।

Find all the eigenvalues and eigen functions of the following Sturm-Liouville problem

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, \text{ where } y(0) = 0, y(\pi) = 0$$

(3)

इकाई / Unit-II

4. मान ज्ञात कीजिए :

(a)  $L \{e^t \sin^2 t\}$

(b)  $L \{e^{-2t} (3 \cos 6t - 5 \sin 6t)\}$

Find the value of :

(a)  $L \{e^t \sin^2 t\}$

(b)  $L \{e^{-2t} (3 \cos 6t - 5 \sin 6t)\}$

5. मान ज्ञात कीजिए :

(a)  $L^{-1} \left\{ \frac{P+2}{P^2 - 4P + 13} \right\}$

(b)  $L^{-1} \left\{ \log \frac{P+3}{P+2} \right\}$

Find the value of :

(a)  $L^{-1} \left\{ \frac{P+2}{P^2 - 4P + 13} \right\}$

(b)  $L^{-1} \left\{ \log \frac{P+3}{P+2} \right\}$



(4)

6. संवलन प्रमेय से दर्शाइए कि :

$$i * i * i * \dots * i \text{ (n बार)} = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$$

जहाँ  $n = 1, 2, 3, \dots$

Show by convolution theorem that :

$$i * i * i * \dots * i \text{ (n बार)} = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$$

where  $n = 1, 2, 3, \dots$

### इकाई / Unit-III

7. निम्नलिखित संबंधों से स्वेच्छ फलनों को विलुप्त कर आंशिक अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$y = f(x - at) + \phi(x + at)$$

Find the partial differential equation by eliminating the arbitrary functions from the following relations :

$$y = f(x - at) + \phi(x + at)$$

8. हल कीजिए

$$x^2p + y^2q = z^2$$

Solve

$$x^2p + y^2q = z^2$$

(5)

9. चारपिट विधि से ज्ञात कीजिए

$$px + qy = pq$$

Solve by Charpit's method

$$px + qy = pq$$

इकाई / Unit-IV

10. हल कीजिए

$$(D^2 + 3DD' + 2D'^2)z = x + y$$

Solve

$$(D^2 + 3DD' + 2D'^2)z = x + y$$

11. हल कीजिए

$$r - 2S + t = \sin(2x + 3y)$$

Solve

$$r - 2S + t = \sin(2x + 3y)$$

12. हल कीजिए

$$\frac{x^2 \partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{y^2 \partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

(6)

Solve

$$\frac{x^2 \partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{y^2 \partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

इकाई / Unit-V

13. सिद्ध कीजिए कि फलनक

$$I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y'^2)} dx$$

के चरम परवलय होंगे।

Prove that the extremals of the functions

$$I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y'^2)} dx \text{ are parabolas.}$$

14. फलनक  $I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} (y^2 + y'^2 + 2ye^x) dx$  के

चरम मान ज्ञात कीजिए :

Find the extremals of the functional

$$I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} (y^2 + y'^2 + 2ye^x) dx$$



(7)

15. वक्रलय  $y = x^2$  और सरल रेखा  $x - y = 5$  के बीच की लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the parabola  $y = x^2$  and the straight line  $x - y = 5$ .

---